

Gleichmäßige Stetigkeit

- a) Wann heißt eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gleichmäßig stetig?
- b) Muss jede gleichmäßig stetige Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ auch beschränkt sein, d.h. gibt es dann eine Konstante $C \in \mathbb{R}$ mit $|f(x)| \leq C$ für alle $x \in \mathbb{R}$ (Beweis oder Gegenbeispiel)?
- c) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gleichmäßig stetig. Zeigen Sie, dass dann eine Konstante $C \in \mathbb{R}$ existiert mit
$$|f(x)| \leq C(|x| + 1) \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}.$$
- d) Zeigen Sie, dass jedes reelle Polynom von mindestens zweitem Grad nicht gleichmäßig stetig auf ganz \mathbb{R} ist.