

### Gleichmäßige Stetigkeit

- a) Wann heißt eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gleichmäßig stetig?
- b) Muss jede gleichmäßig stetige Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  auch beschränkt sein, d.h. gibt es dann eine Konstante  $C \in \mathbb{R}$  mit  $|f(x)| \leq C$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  (Beweis oder Gegenbeispiel)?
- c) Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gleichmäßig stetig. Zeigen Sie, dass dann eine Konstante  $C \in \mathbb{R}$  existiert mit
- $$|f(x)| \leq C(|x| + 1) \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}.$$
- d) Zeigen Sie, dass jedes reelle Polynom von mindestens zweitem Grad nicht gleichmäßig stetig auf ganz  $\mathbb{R}$  ist.